Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta za *matematiko in fiziko*

Izbirni predmeti na magistrskih programih Oddelka za matematiko FMF

Študijsko leto 2020/21

Ljubljana, 2020

Seznam temeljnih predmetov na magistrskem študiju

Naslednji predmeti so ključni v svojih skupinah in imajo zagotovljeno izvajanje vsaki dve leti.

Skupina	Temeljni predmeti
M1 (analiza in mehanika)	Kompleksna analiza Parcialne diferencialne enačbe Teorija mere Uvod v funkcionalno analizo
M2 (algebra in diskretna matematika)	Kombinatorika Komutativna algebra Nekomutativna algebra Teorija grafov
M3 (geometrija in topologija)	Algebraična topologija 1 Analiza na mnogoterostih
M4 (numerična matematika)	Numerična aproksimacija in interpolacija Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje
M5 (verjetnost, statistika, finančna matematika)	Finančna matematika 2 Statistika 2 Verjetnost 2
R1 (računalniška matematika)	Logika v računalništvu Matematika z računalnikom Računska geometrija Verjetnostne metode v računalništvu
O (ostalo)	Matematični modeli v biologiji Astronomija Moderna fizika

Seznam izbirnih predmetov v letu 2020/21

Skupina	Predmet	Izvajalec	Semester	Jezik
M1	Uvod v funkcionalno analizo	Klep	zimski	slovenski/angleški
	Uvod v harmonično analizo	Dragičević	zimski	slovenski/angleški
	Parcialne diferencialne enačbe	Kostenko	poletni	angleški
M2	Nekomutativna algebra	Klep	zimski	slovenski/angleški
	Teorija grafov	Klavžar	poletni	slovenski
	IPDM1: delovanje grup na grafih	Potočnik	zimski	angleški
	Logika	Simpson	poletni	angleški
M3	Analiza na mnogoterostih	Forstnerič	zimski	slovenski/angleški
	Uvod v algebraično geometrijo	Košir	poletni	slovenski/angleški
	Diferencialna geometrija	Saksida	poletni	slovenski/angleški
M4	Računalniško podprto (geometrijsko) oblikovanje	Knez	zimski	slovenski
	Iterativne numerične metode v linearni algebri	Plestenjak	poletni	slovenski
	Numerična integracija in navadne diferencialne enačbe	Žagar	poletni	slovenski
M5	Finančna matematika 2	Perman	zimski	slovenski/angleški
	Verjetnost 2	Bernik	zimski	slovenski
	Statistika 2	Smrekar	zimski	slovenski
	Aktuarska matematika: življenska zavarovanja	Pitacco	poletni	angleški
	Optimizacija v financah	Agram	poletni	angleški
	Finančna matematika 3 (modeliranje obrestnih mer)	Gall	poletni	angleški
	Izbrana poglavja iz teorije iger	Ule	poletni	slovenski
R1	Teorija izračunljivosti	Simpson	zimski	angleški
	IPRM: simbolno računanje	Petkovšek	zimski	slovenski/angleški
	IPRM: računska geometrija	Cabello	poletni	slovenski/angleški
	Napredno strojno učenje	Todorovski	poletni	slovenski/angleški
O	Matematični modeli v biologiji	Boldin	zimski	slovenski
	Moderna fizika	Grozdanov	zimski	slovenski/angleški
	Delovna praksa	Konvalinka/Košir	oba	

Uvod v funkcionalno analizo

Igor Klep

Vsebina:
Funkcionalna analiza je linearna algebra v neskončnih dimenzijah. Spoznamo osnovne pojme teorije Hilbertovih prostorov (= vektorski prostori opremljeni s skalarnim produktom, ki so polni) in linearnih operatorjev med njimi. Srečali bomo tudi kompaktne operatorje, ki imajo podobne lastnosti kot matrike – operatorji na končnorazsežnih prostorih. Dokazali bomo spektralni izrek za sebi-adjungirane kompaktne operatorje.

V zadnjem delu predmeta pokukamo še v teorijo normiranih prostorov, ki so posplošitev Hilbertovih prostorov. Obravnavamo končnorazsežne normirane prostore in kvociente normiranih prostorov. Pri obravnavi linearnih funkcionalov dokažemo Hahn-Banachov izrek in nekatere njegove posledice, npr. v konveksnosti.

Potrebno/pričakovano predznanje: Osnove linearne algebre in matematične analize.

Izvedba 3/2: Predavanja in vaje. Namesto kolokvijev bodo domače naloge, ki se upoštevajo pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še teoretični del izpita.

Literatura:
- John B. Conway: *A Course in Functional Analysis*, Springer, 1990.

Semester: zimski

Jezik: slovenski ali angleški (odvisno od študentov pri predmetu)

Uvod v harmonično analizo

Oliver Dragičević

Vsebina:
Za okvirno vsebino predmeta pridejo v poštev naslednja poglavja:

(1) Fourierove vrste. Sumacijske metode, konvergenca, Littlewood-Tauberjev izrek.
(2) Fourierova transformacija. Schwartzov razred, umirjene distribucije, Riesz-Thorinov interpolacijski izrek, Youngova ter Hausdorff–Youngova neenakost.
(3) Harmonične funkcije na disku. Poissonovo jedro, izrek F. & M. Riesza.
(4) Hardy-Littlewoodova maksimalna funkcija. Približne enote, Calderón-Zygmundova dekompozicija, Marcinkiewiczev interpolacijski izrek, šibka 1-1 neenakost ter utežena neenakost.
(5) Hilbertova transformacija. Harmonična konjugiranka, izrek Kolmogorova in M. Riesza, L^p norma Hilbertove transformacije.
(6) Singularni integrali. Homogena jedra, metoda rotacij, Rieszove transformacije, singularni integrali s sodim jedrom, Calderón-Zygmundovi integralski operatorji.
(7) Littlewood-Paleyjeva teorija. Izreka Marcinkiewicza ter Hörmanderja o množiteljih.
(8) Hermiteovi polinomi in Hermiteove funkcije.
(9) Paley-Wienerjev izrek in princip nedoločenosti.
(10) Parcialni diferencialni operatorji s konstantnimi koeficienti, fundamentalna rešitev.

Potrebno/pričakovano predznanje: Osnove funkcionalne analize in teorije mere.

Izvedba 3/2: Študentje ob koncu semestra dobijo obsežnejšo domačo nalogo. Za pozitivno oceno pri predmetu potem opravijo še ustni zagovor.

Semester: zimski

Jezik: slovenski ali angleški (odvisno od študentov pri predmetu).

Partial Differential Equations
(Parcialne diferencialne enačbe)

Aleksey Kostenko

Content:
It is a difficult to overestimate the role of partial differential equations (PDEs) in both theoretical and applied mathematics. In the course we plan to cover some important theoretical chapters as well as some nontrivial applications of differential equations.

The first part of the course will be devoted to the study of the most important linear equations: transport, wave, heat, Laplace and Schrödinger equations. The second part will be an introduction to the functional analytic treatment of partial differential equations (e.g., Sobolev spaces, distributions, linear PDEs with constant coefficients, second-order elliptic PDEs, etc.). The third part can be considered as an introduction to nonlinear PDEs.

Necessary/Expected Knowledge: The subject of the course is to understand the subject matter of Analysis III and Analysis IV from the first stage of the Bologna study of mathematics.

Literature:
1. W. Craig, *A Course on Partial Differential Equations*, Amer. Math. Soc., 2018.
2. L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, 2nd edn., Amer. Math. Soc., 2010.
3. D. Gilbarg and N. S. Trudinger, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, 2nd edn., Springer, 2001.
4. F. John, *Partial Differential Equations*, 3rd edn., Springer, 1978.

Izvedba 3/2:

Semester: Summer 2021.

Jezik: angleški

Nekomutativna algebra

Igor Klep

Vsebina:
Obravnavani bodo nekomutativni kolobarji in nekomutativne algebre. Kolobarji so ena osrednjih struktur, ki se pojavljajo v abstraktni algebri. Pogosto pa jih srečamo tudi na drugih matematičnih področjih: v teoriji upodobitev (grupni kolobarji), funkcionalni analizi (operatorske algebre), kompleksni analizi (kolobarji holomorfnih ali meromorfnih funkcij), parcialnih diferencialnih enačbah, topologiji (kohomološki kolobarji) in še kje. Tako bo predmet zelo koristen za študente, ki bi se želeli usmeriti v teoretično matematiko. Zanimiv pa bo tudi za vse, ki jih algebra veseli in bi želeli njeno znanje nadgraditi ter osvetliti znane pojme iz prvostopenjskega študija v novi luči.

Pri predmetu bo študent najprej spoznal končno razsežne algebre, jedro predmeta pa bo strukturna teorija kolobarjev. Za konec se bomo ukvarjali tudi s teorijo modulov. Seznam predvidenih tem:

- Končno-razsežne algebre
- Verižni pogoji: noetherski in artinski kolobarji in moduli
- Polenostavnost
- Wedderburn-Artinova teorija
- Jacobsonov radikal
- Maschkejev izrek
- Primitivni kolobarji
- Prakolobarji
- Jacobsonov izrek o gostoti
- Centralno enostavne algebre
- Ciklične algebre
- Tenzorski produkti algeber
- Izrek Skolem-Noether
- Izrek o dvojnem centralizatorju
- Brauerjeva grupa
- Lokalni kolobarji in idempotenti
- Morita ekvivalenca modulskih kategorij

Potrebno/pričakovano predznanje: Algebra 2 in Algebra 3 prve stopnje študija matematike. Zahtevnejšim pojmom bo namenjena kratka ponovitev.

Izvedba 3/2: Predavanja in vaje. Domača naloga se upošteva pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

Literatura:
- T. Y. Lam: *A first course in noncommutative rings*, Springer, 1991.
- T. Y. Lam: *Lectures on modules and rings*, Springer, 1999.

Semester: zimski

Jezik: slovenski ali angleški (odvisno od študentov pri predmetu)

Teorija grafov

Sandi Klavžar

Vsebina:

- Prirejanja in faktorji (največja in popolna prirejanja, Tuttov izrek; prirejanja v dvodelnih grafih; neodvisne množice in pokritja, Gallaijev izrek)
- Povezanost (2-povezani grafi, ušesna dekompozicija; k-povezanost, Mengerjev izrek; povezanost digrafov, Mengerjev izrek za digrafe)
- Barvanja grafov (meje za kromatično število, Brooksov izrek; struktura k-kromatičnih grafov, Turanov izrek; kromatični polinom; tetivni in popolni grafi)
- Ravninski grafi (osnovni pojmi in rezultati, dualni grafi in triangulacije; izrek Kuratowskega in konveksne vložitve; barvanja ravninskih grafov in prekrižno število)
- Dominacija v grafih (meje za dominantno število; inačice dominacije; dominacija v kartezičnih produktih grafov in Vizingova domneva)

Temeljna literatura:
- A. Bondy, U.S.R. Murty: Graph Theory, Springer, Berlin, 2008.
- W. Imrich, S.Klavžar, D.F. Rall, Topics in Graph Theory: Graphs and Their Cartesian Product, A K Peters/CRC Press, Wellesley, 2008.
- D. West: Introduction to Graph Theory (2nd Edition), Prentice Hall, Upper Saddle River, 2005.

Potrebno/pričakovano predznanje: Poznavanje osnov teorije grafov in kombinatorike v okviru vsebin predmeta prve stopnje Diskretna matematika 1.

Izvedba 3/2: Predavanja in vaje. Po opravljenem pisnem izpitu (ali 2 kolokvija namesto izpita iz vaj) je potrebno opraviti še ustni del izpita.

Semester: poletni.

Jezik: Slovenski.

Izbrana poglavja iz diskretne matematike 1: delovanja grup na grafih

Primož Potočnik

Vsebina:
Letos bomo pri predmetu *Izbrana poglavja iz diskretne matematike* govorili o simetriji grafov, ki jo odraža delovanje grupe avtomorfizmov na vozliščih in povezavah grafa. Spoznali bomo različne simetrijske tipe grafov (vozliščno tranzitivni, povezavno tranzitivni, ločno tranzitivni, poltranzitivni, semisimetrični) ter si ogledali standardne konstrukcije teh grafov. Dokazali bomo tudi znameniti Tuttov izrek o ločni tranzitivnosti kubičnih grafov. Večji del bomo govorili le o končnih grafih, če pa bo čas dopuščal, si bomo na hitro ogledali tudi nekoliko bolj čudaško obnašanje neskončnih grafov.

Ker je simetrija grafov tesno povezana s pojmom grupe, bomo mimogrede ponovili, spoznali in dokazali vrsto preprostih rezultatov iz teorije grup. Tudi sicer bodo dokazi precej grupno teoretično obarvani, zato ta predmet toplo priporočam tudi vsem, ki jih zanima algebra.

Kljub temu, da ta predmet tvori s predmetom *Teorija grafov* lepo zaokroženo celoto, sta ta dva predmeta med seboj neodvisna, tako da študent lahko brez skrbi izbere bodisi oba ali pa le enega od obeh.

Najambicioznejši študenti bodo imeli priložnost lotiti se preprostega raziskovalnega projekta, ki lahko vodi v magistrsko delo in/ali uvod v doktorski študij.

Potrebno/pričakovano predznanje:
Za lagodno sledenje predmetu bo potrebno osvežiti predvsem snov obveznih algebraičnih in diskretnih predmetov prve stopnje (bodisi programa matematika bodisi programa IŠRM), še posebej pa poznavanje osnovnih pojmov iz teorije grafov (kaj je graf, sprehodi v grafih, povezanost, dvodelnost ipd.), osnov linearne algebre (vektorski prostori, linearne preslikave, lastne vrednosti in lastni vektorji) ter osnov teorije grup (aksiomi grupe, podgrupe in edinke, kvocientne grupe, izreki o izomorfizmu, delovanje grupe na množici). Po potrebi bomo nekatere od teh pojmov utrdili tudi pri tem predmetu.

Izvedba 3/2. Predmet bo izvajan v obliki 2/1/2, tj. 2 uri vaj, 1 ura seminarja in 2 uri predavanj tedensko. Izpit bo potekal v pisni obliki (reševanje nalog) z ustnim zagovorom. Vsak študent bo pripravil in zagovarjal tudi eno seminarsko predavanje.

Semester: zimski

Jezik: slovenski ali angleški (odvisno od študentov pri predmetu).

Logika
(Logic)

Alex Simpson

Vsebina:
The course studies first-order logic, its proof theory and model theory, leading to Gödel's celebrated incompleteness theorems.

This material touches on matters of fundamental significance in mathematics which have bearing on the nature of mathematical reasoning and of mathematical truth, and on the need for creativity in mathematics. Gödel's *completeness theorem* demonstrates that we can completely describe all legitimate rules for reasoning from a set of axioms. His *incompleteness theorems*, in contrast, show that it is impossible to provide a consistent set of axioms capturing all truths of mathematics. And the Church/Turing *undecidability theorems* show that it is impossible to write a computer program that will automatically "decide"whether a mathematical statement is true or false.

(1) Syntax and semantics of first-order logic.
(2) Examples of first-order theories. Some basic decidability results.
(3) Gentzen's sequent calculus.
(4) Gödel's completeness theorem.
(5) Compactness, the Löwenheim-Skolem theorem, basic model theory.
(6) Arithmetic and the Church/Turing undecidability theorems.
(7) Gödel's incompleteness theorems.

The course will be given in English.

Literatura:

- N. Prijatelj: Osnove matematične logike, 2. del: Formalizacija, DMFA Slovenije, Ljubljana, 1992.
- N. Prijatelj: Osnove matematične logike, 3. del: Aplikacija, DMFA Slovenije, Ljubljana, 1994.
- W. Rautenberg: A Concise Introduction to Mathematical Logic. Universitext, 2009.

Potrebno/pričakovano predznanje:
Opravljen predmet Logika in množice iz 1. letnika ali ekvivalentno znanje.

Izvedba 3/2. Predavanja in vaje. Pisni in ustni izpiti.

Semester: poletni

Jezik: angleščina

Analiza na mnogoterostih

Franc Forstnerič

Opis predmeta: Gladka mnogoterost je Hausdorffov topološki prostor, ki je lokalno videti kot evklidski prostor, ti evklidski kosi pa so med seboj zlepljeni z gladkimi difeomorfizmi. Pojem mnogoterosti se je razvil iz del slavnih matematikov in fizikov kot so bili Euler, Lagrange, Gauss, Riemann, Klein, Poincaré, Einstein, Weyl, Cartan in mnogi drugi. Mnogoterosti so temeljna osnova za vrsto področij sodobne matematike kot so diferencialna, analitična in algebraična geometrija, diferencialna topologija, Liejeve grupe, dinamika, teorija foliacij itd. So tudi nepogrešljivo orodje v fiziki, mehaniki, astronomiji in drugih področjih naravoslovja in tehnike. Predmet predstavlja osnovo za obravnavo navedenih področij in je pomemben del priprave na vrsto drugih predmetov na 2. in 3. stopnji študija matematike ter na raziskovalno delo.

Pričeli bomo s primeri in konstrukcijami mnogoterosti ter gladkih preslikav med njimi. Nato bomo analitične pojme in sredstva kot so odvajanje, integriranje, vektorska polja, diferencialne forme itd., posplošili z evklidskih prostorov na mnogoterosti. Spoznali bomo vrsto novih pojmov, metod in rezultatov: tangentni in kotangentni sveženj mnogoterosti, tok vektorskega polja, komutator, Frobeniusov izrek o integrabilnosti distribucij, Liejeve grupe, Sardov izrek, osnove Morsejeve teorije, pojem transverzalnosti, diferencialne forme in njihova integracija, Stokesov izrek.

Potrebno/pričakovano predznanje: Poznavanje osnov matematične analize in topologije v obsegu predmetov na prvi stopnji programa Matematika na FMF UL.

Izvedba 3/2. Predavanja in vaje. Pisni del izpita sestoji iz samostojnega reševanja domačih nalog, ki jih bodo študenti prejeli med semestrom, ter zaključnega pisnega izpita. Študent in predavatelj imata pravico zahtevati tudi ustni izpit za potrditev ali dvig ocene.

Semester: zimski

Jezik: slovenski ali angleški, odvisno od študentov

Uvod v algebraično geometrijo

Tomaž Košir

Vsebina: Študent se spozna z osnovnimi pojmi in izreki algebraične geometrije.Spozna tudi številne zglede algebraičnih množic, to je raznoterosti, ki jih bo srečal pri drugih predmetih.

- Afine raznoterosti. Kolobar polinomskih preslikav. Racionalne preslikave.
- Hilbertov izrek o ničlah. Dimenzija.
- Projektivne raznoterosti. Regularne in racionalne preslikave. Osnovno o snopih.
- Preslikave med raznoterostmi. Odpravljanje singularnosti.
- Hilbertov polinom in Hilbertova funkcija.
- Klasične konstrukcije - sekantne raznoterosti, Grassmannove raznoterosti, detereminantne raznoterosti, Segrejeve raznoterosti, produkt raznoterosti. 27 premic na kubični ploskvi.
- Tangentni prostor, tangentni stožec.
- Delitelji na raznoterostih. Linearni sistemi. Projektivne vložitve raznoterosti.
- Riemann-Rochov izrek.

Znanja pridobljena pri predmetu se uporabljajo na vseh področjih matematike in uporabe matematike, kjer študiramo geometrične objekte, v teoriji števil, v teoretični fiziki, in tudi drugje.

Potrebno/pričakovano predznanje: Pri predmetu so potrebna znanja pridobljena na prvi stopnji pri predmetih iz algebre. Znanja iz predmetov Afina in projektivna geometrija ali Algebraične krivulje so koristna, niso pa obvezna.

Izvedba (3/2): Predmet se izvaja na običajen način s predavanji in vajami. Študenti bodo med letom dobili domače naloge, ki se upoštevajo pri končni oceni. Ob koncu semestra bo pisni izpit in ustni zagovor.

Temeljna literatura:

- B. Hassett: *Introduction to algebraic geometry*, Cambridge Univ. Press, 2007.
- I. Shafarevich: *Basic Algebraic Geometry I : Varieties in Projective Space*, Springer, 2nd edition, Berlin, 1994.

Dodatna literatura:

- I. V. Dolgachev. *Classical algebraic geometry. A modern view.* Cambridge University Press, 2012
- W. Fulton: *Algebraic Curves,* Addison-Wesley, Redwood City, 1989.

- A. Gathmann. *Algebraic Geometry.* Class Notes, TU Kaiserslautern, 2019/20, https://www.mathematik.uni-kl.de/ gathmann/class/alggeom-2019/alggeom-2019.pdf
- J. Harris: *Algebraic Geometry : A First Course,* Springer, New York, 1995.

Semester: poletni

Jezik: slovenski/angleški

Diferencialna geometrija

Pavle Saksida

Vsebina:
Diferencialna geometrija je eno od osnovnih matematičin področij, ki je pomembno tako v teoretični, kot tudi v uporabni matematiki. Diferencialna geometrija je pomembna npr. pri študiju navadnih in parcialnih diferencialnih enačb, v kompleksni analizi in v topologiji. Velik del najpomembnejših topoloških rezultatov je bilo v zadnjih desetletjih doseženih z globokimi uporabami diferencialne geometrije.

Diferencialna geometrija je pomembna tudi v fiziki. Splošne teorije relativnosti verjetno ni možno popolnoma razumeti brez razumevanja diferencialno geometrijskih pojmov povezave in ukrivljenosti. Tudi sodobno teorijo polja in različne veje teorije dinamičnih sistemov je laže študirati in razumeti s pomočjo čvrstega znanja diferencialne geometrije.

Medtem ko je Gaussova ukrivljenost ploskve relativno enostaven pojem, je ustrezna količina za n-dimenzionalno gladko mnogoterost z metriko precej bolj zapletena. Pri predmetu bodo študentje spoznali matematične vsebine in orodja, ki so potrebna za opis in razumevanje ukrivljenosti v n dimenzijah. S tem orodjem bomo lahko opisali tudi druge pomembne geometrijske pojme, kot so npr. geodetske krivulje v n-dimenzionalnih mnogoterostih. S konstrukcijo Chernovih razredov bomo posegli tudi na povezavo med geometrijo in topologijo.

Osnovni pojem, potreben za opis ukrivljenosti v n dimenzijah, je kovariantni odvod oziroma povezava. Teorijo povezav (kovariantnih odvodov) bomo predstavili v precej splošnem kontekstu. Razumevanje te teorije je nujno pri kasnejšem študiju večine sodobnih matematičnih teorij, ki so vezane na geometrijo (topološke invariante mnogoterosti Donaldsona, Seiberga in Wittena, Donaldsona in Thomasa, geometrijski Langlandsov program in druge teorije na presečišču diferencialne in algebraične geometrije). Teorija kovariantnih odvodov ima tudi veliko različnih pomembnih in zanimivih uporab v sodobni fiziki.

Potrebno/pričakovano predznanje: Potrebno je solidno razumevanje osnovne teorije navadnih in parcialnih diferencialnih enačb ter pojma Gaussove ukrivljenosti. Koristno, vendar ne nujno, je poznavanje vsebine predmeta Uvod v diferencialno geometrijo.

Za študente, ki nameravajo izbrati predmet Diferencialna geometrija je proporočljivo, če predhodno poslušajo predavanja iz predmeta Analiza na mnogoterostih.

Izvedba 3/2: Pisni del izpita bo v obliki domačih nalog. Po opravljenem pisnem delu bodo študentje opravljali še ustni del izpita.

Semester: poletni

Jezik: Slovenski ali po potrebi angleški.

Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje

Marjetka Knez

Vsebina:
Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje oz. krajše CAGD (Computer Aided Geometric Design) je moderno področje na meji med matematiko in računalništvom. Gre za razvoj in študij matematičnih metod za predstavitev in delo s krivuljami, ploskvami ter telesi. Daje nam osnovo za računalniško podprto oblikovanje (CAD), proizvodnjo (CAM) in delo s parametričnimi krivuljami, ploskvami in telesi v industriji (načrtovanje oblike izdelkov, vodenje robotov, strojna proizvodnja izdelkov, modeliranje in simulacije). Pri predmetu se bomo najprej spoznali z Bézierjevimi krivuljami, ki predstavljajo osnovno orodje. Ogledali si bomo njihove lastnosti ter algoritme za delo z njimi. V nadaljevanju bomo obravnavali zlepke iz Bézierjevih krivulj, geometrijsko zveznost ter racionalne Bézierjeve krivulje. Znanje bomo posplošili tudi na ploskve, pri čemer bomo spoznali Bézierjeve ploskve iz tenzorskega produkta ter trikotne Bézierjeve krpe. Teorijo bomo podkrepili s praktičnimi zgledi s pomočjo implementacije izpeljanih algoritmov.

Potrebno/pričakovano predznanje: Poznavanje osnov numerične matematike in Matlaba.

Izvedba: Predmet se bo izvajal s 3 urami predavanj in 2 urama vaj v računalniški učilnici. Načrtovan izpitni režim: kvizi, seminarska naloga/projekt s predstavitvijo ter izpit iz teorije (pisni ali ustni).

Semester: zimski

Jezik: slovenščina

Iterativne numerične metode v linearni algebri

Bor Plestenjak

Vsebina: Ukvarjali se bomo z numeričnim reševanjem velikih razpršenih linearnih sistemov ter računanjem lastnih vrednosti in vektorjev velikih razpršenih matrik. Za matriko A velikosti $n \times n$ pravimo, da je razpršena, če ima le $O(n)$ neničelnih elementov, ki poleg tega nimajo kakšne posebne strukture. Take matrike se velikokrat pojavijo v praktičnih aplikacijah, a direktne metode, kot sta npr. LU razcep za reševanje linearnega sistema ali QR iteracija za računanje lastnih vrednosti, niso primerne, saj nam zmanjka pomnilnika oziroma časa.

Namesto tega uporabljamo iterativne metode, kjer dobimo zaporedje približkov, ki konvergirajo k točni rešitvi. Za razvoj učinkovitih numeričnih algoritmov za razpršene matrike bomo uporabljali orodja iz numerične linearne algebre in jih preizkušali v programu Matlab.

Spoznali bomo nekaj praktičnih problemov, kjer nastopajo velike razpršene matrike. Tako npr. za analizo potresne varnosti zgradbe potrebujemo nekaj najnižjih lastnih vrednosti modela, ki ga predstavlja velika razpršena matrika. Z reševanjem velikih linearnih sistemov se srečamo pri numeričnem reševanju parcialnih diferencialnih enačb. Če uporabimo npr. metodo simetričnih diferenc ali metodo končnih elementov, problem prevedemo na reševanje ogromnega sistema, katerega velikost je odvisna od natančnosti, s katero želimo rešiti problem.

Ključne besede: Jacobijeva, Gauss-Seidelova, SOR metoda, simetrična SOR metoda (SSOR) s pospešitvijo Čebiševa. Podprostor Krilova. Lanczosev in Arnoldijev algoritem. GMRES, MINRES, konjugirani gradienti (CG), bi-konjugirani gradienti (Bi-CG). Predpogojevanje. Galerkinov pogoj. Rayleigh–Ritzeve vrednosti in vektorji, Jacobi–Davidsonova metoda.

Potrebno/pričakovano predznanje: Študenti 1. stopnje Matematike oz. Finančne matematike dobite potrebno predznanje pri obveznih numeričnih predmetih na 1. stopnji Matematike oz. Finančne matematike. Pri matematikih vam pride prav (gre pa tudi brez tega) znanje predmeta Numerična linearna algebra. Študenti IŠRM, ki niste izbrali Numeričnih metod 2, boste morali prebrati kaj o računanju lastnih vrednosti matrik.

Izvedba 2/1/2. 2 domači nalogi, pisni in ustni izpit.

Semester: poletni

Jezik: slovenski

Ostalo: Predmet je namenjen vsem, ki jih zanima praktično reševanje matematičnih problemov in delo z računalnikom. Tudi t.i. teoretični matematiki boste pri tem predmetu prišli na svoj račun, saj bomo linearno algebro nadgradili s številnimi teoretičnimi rezultati. Več informacij o predmetu lahko pridobite na spletni strani predavatelja, preko elektronske pošte, lahko pa se oglasite tudi osebno.

Numerična integracija in navadne diferencialne enačbe

Emil Žagar

Vsebina:

Predmet obravnava snov, ki v uporabno smer nadgrajuje poznavanje matematike na področju integracije in reševanja navadnih diferencialnih enačb. Slušatelja vpelje v numerične metode, njihovo analizo in implementacijo ter spozna s praktičnimi problemi, kjer se posamezni pristopi posebej odlikujejo. S tem nudi dobro podporo reševanju raznovrstnih praktičnih problemov na tehničnem, finančnem, družboslovnem in drugih področjih.

Obravnavane bodo naslednje teme: numerično odvajanje, Newton-Cotesova pravila in njihova nadgradnja, Gaussova pravila, integracija v več spremenljivkah, metode tipa Monte Carlo. Reševanje navadnih diferencialnih enačb, začetni problemi, enočlenske metode in veččlenske metode, toge diferencialne enačbe. Robni problemi, diferenčna metoda, metoda končnih elementov, kolokacija.

Potrebno/pričakovano predznanje: Koristno je znanje snovi predmeta *Numerična aproksimacija in interpolacija.*

Izvedba 3/0/2: Predavanja in vaje. Načrtovan izpitni režim: domači nalogi, pisni in ustni izpit. Domači nalogi se upoštevata pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

Semester: poletni

Jezik: slovenski

Finančna matematika 2

Mihael Perman

Vsebina:

1. Sredstva iz analize in verjetnosti.
1.1 Funkcije z omejeno totalno variacijo.
1.2 Lebesgue-Stiltjesov integral.
1.3 Konvergenca v L^2 prostorih.
1.1 Maksimalne neenakosti za diskretne martingale.
2. Brownovo gibanje.
2.1 Motivacija in definicija.
2.2 Markovska in krepka markovska lastnost, princip zrcaljenja.
2.2 Brownovi martingali.
2.3 Martingali v zveznem času, kvadratična variacija.
2.4 Izrek o opcijskem ustavljanju v zveznem času.
3. Itôv integral.
3.1 Konstrukcija, Itôva izometrija, osnovne lastnosti.
3.2 Itôva lema in uporabe.
3.3 Lokalizacija in lokalni martingali.
3.4 Integral glede na lokalni martingal
3.5 Splošna Itôva formula.
3.6 Stohastične diferencialne enačbe, obstoj in lastnosti rešitev.
4. Vrednotenje izvedenih vrednostnih papirjev.
4.1 Black-Sholesov model.
4.2 Varovanje v zveznem času.
4.3 Zamenjava mere, izrek Girsanova.
4.4 Izrek o martingalski reprezentaciji.
4.5 Eksplicitni primeri vrednotenja opcij.

Potrebno/pričakovano predznanje: Analiza 2: parcialno odvajanje, integracija funkcij več spremenljivk in integrali s parametrom. Verjetnost: neodvisnost, pričakovana vrednost, osnovne porazdelitve, pogojne porazdelitve in pogojna pričakovana vrednost, diskretni martingali. Teorija mere: abstraktni integral, izreka o monotoni in dominirani konvergenci, Fubinijev izrek, Radon-Nikodýmov izrek, L^p prostori. Finančna matematika 1: modeli gibanja cen, definicija izvedenih vrednostnih papirjev, princip ene cene, ekvivalentne mere in kompletnost modelov.

Izvedba (3/2): Predmet ima običajno strukturo izvajanja s predavanji in vajami. Študenti morajo opraviti pisni izpit, ki ima utež 50% v celotni oceni. Drugi del obveznosti z utežjo 50% je seminarska naloga. Ustni izpit je po želji, če kdo želi popraviti oceno.

Semester: zimski

Jezik: Praviloma slovenski, v primeru večjega števila Erasmus študentov lahko tudi angleški.

Verjetnost 2

Janez Bernik

Vsebina:

Markovske verige v diskretnem času. Povezava s teorijo grafov in linearno algebro. Osnovna struktura verig. Časi prvih prehodov in vrnitev. Povrnljiva in minljiva stanja. Časi ustavljanja ter enostavna in krepka markovska lastnost. Ergodično obnašanje verige. Limitni izreki. Posebnosti v primeru končnega števila stanj.

Markovske verige v zveznem času: čisti skočni procesi brez eksplozije. Zvezna markovska lastnost. Naprejšnje in nazajšnje enačbe Kolmogorova v integralski in diferencialni obliki in njihove rešitve. Diferencialne enačbe in generator polgrupe. Konstrukcija: stabilnost in neeksplozivnost.

Uporaba markovskih verig: čakalni sistemi (rojstno smrtni čakalni sistem, čakalni sistem M/M/1, osnovni pojmi teorije strežnih sistemov, nekateri pomembni primeri čakalnih sistemov). Metoda Monte Carlo markovskih verig (Bayesova statistika in Monte Carlo simulacije, algoritma Gibbsov vzorčevalnik in Metropolis-Hastings, konvergenca algoritmov.

Potrebno/pričakovano predznanje: Opravljeni izpiti iz verjetnosti in statistike na 1. stopnji.

Izvedba 3/2: Ocena je določena na osnovi pisnega izpita.

Semester: zimski

Jezik: slovenski

Statistika 2

Jaka Smrekar

Vsebina:
Statistika je izjemno pomembno področje s širokim spektrom uporabe v financah, medicini, računalništvu in drugod. Cilj predmeta je strukturiran pregled temeljnih metod sklepne statistike s poudarkom na uporabnosti.

(1) **Uvod.** Statistični model, statistika. Pogojne porazdelitve, zadostnost, kompletnost. Eksponentne družine porazdelitev.
(2) **Točkovno ocenjevanje parametrov.** Nepristranskost, nepristranske cenilke z enakomerno najmanjšo disperzijo. Ocenjevanje v linearnih modelih. Metoda največjega verjetja. Asimptotične lastnosti cenilk, asimptotične lastnosti cenilk v linearnih modelih.
(3) **Preizkušanje domnev.** Enakomerno najmočnejši preizkusi in Neyman-Pearsonov okvir. Preizkušanje v eksponentnih in normalnih modelih. Preizkušanje v normalnem linearnem modelu. Preizkušanje na podlagi razmerja verjetij. Preizkušanje v neparametričnih modelih.
(4) **Območja zaupanja.** Konstrukcija: pivotna funkcija, inverzija območja nezavrnitve. Lastnosti območij zaupanja.
(5) **Osnove Bayesove statistike.** Bayesova formula. Apriorne in aposteriorne porazdelitve, konjugirana družina apriornih porazdelitev. Ocenjevanje parametrov. Preizkušanje domnev.

Potrebno/pričakovano predznanje:
Verjetnostni račun 1 in Statistika 1 oziroma Verjetnost in Statistika.

Izvedba 3/2. Predmet se bo izvajal s predavanji in vajami, znanje pa bo ocenjeno na podlagi pisnega izpita ter domače naloge z ustnim zagovorom.

Semester: zimski

Jezik: slovenski

Aktuarska matematika - življenska zavarovanja
Actuarial Mathematics - Life Insurance

Prof. Ermanno Pitacco, Professore Ordinario, Dipartimento di scienze economiche, aziendali, matematiche e statistiche, Facoltá di Economia, Universitá degli studi di Trieste, Italia

Content:

(1) Risk and insurance.
  (a) "Risk": looking for definitions.
  (b) Quantifying risks: some models.
  (c) Transferring risks.
  (d) Insurance products.

(2) Managing a portfolio of risks.
  (a) Introduction.
  (b) Rating: the basics.

(3) Modelling the lifetime.
  (a) Life tables.
  (b) A mortality "law".
  (c) Summarizing a life table.
  (d) From the basic model to more general models.
  (e) Heterogeneity.
  (f) Mortality by age and duration.
  (g) Mortality dynamics.

(4) Pricing.
  (a) Life insurance products.
  (b) Discounting cash-flows.
  (c) Single premiums.
  (d) Periodic premiums.
  (e) Loading for expenses.

(5) Reserving.
  (a) General aspects.
  (b) The policy reserve.
  (c) Risk and savings.
  (d) Expected profits.
  (e) Reserving for expenses.
  (f) Surrender values and paid-up values.

(6) Time-continuous settings.
  (a) Mortality laws.
  (b) Premiums.
  (c) Reserves.
  (d) Expected profits.

Literature:
A Olivieri, E. Pitacco (2015), Introduction to Insurance Mathematics. Technical and Financial Features of Risk Transfers, 2nd Edition, EAA Series Springer (Chaps. $1-5$).
E. Pitacco, D. Y. Tabakova (2020), Actuarial Mathematics. Time-continuous Models for Life Insurance.

Prerequisites: It is required that you passed a course in probability theory and statistics.

Semester: Spring 2021

Language: English

Optimizacija v financah
Optimization in finance

Prof. Nacira Agram, Department of Mathematics,
Faculty of Technology, Linnæus University, Växjö, Sweden

Predavanja bodo v angleščini.
Language of the course: English

Content:

Background: The Itô stochastic integral and its properties, the Itô formula, martingale and martingale representation theorems.

Stochastic differential equations:

a) Linear case: Explicit Solutions for:
   - Geometric Brownian motion (the stock price process)
   - Derive the famous Black & Scholes pricing formula
   - Ornstein-Uhlenbeck process (model interest rates, currency exchange rates, and commodity prices stochastically)

b) Nonlinear case: Existence and Uniqueness of the solutions

c) Numerical solutions by using for example Matlab programming

Optimization problems:

a) Stochastic control problems
   - Dynamic programming and HJB equation
   - Stochastic Maximum principle

b) Applications
   - Optimal consumption
   - Optimal portfolio
   - Risk minimization
   - Recursive utilities

Literature:

- Bernt Øksendal. Stochastic differential equations. Springer, 2013.
- Laurent Mazliak. An introduction to probabilistic methods in stochastic control. Lectures at Pescara University, April 1996.

Prerequisites: It is required that you passed a course in probability theory and an introductory course in financial mathematics.

Semester: poletni

Finančna matematika 3 (teorija obrestnih mer)
Financial Mathematics 3 (Interest Rate Theory)

József Gáll, associate professor
Department of Applied Mathematics and Probability Theory,
Faculty of Informatics
University of Debrecen, Hungary,
jozsef.gall@inf.unideb.hu

The aim of the course:
The aim of the course is to discuss modern interest rate models, bond market structures and interest rate related financial assets, such as interest rate and bond derivatives. We discuss several fundamental and widely used interest rate models of the literature: on the one hand both in discrete and in continuous time settings, on the other hand we study short rate and forward interest rate models with special focus on the latter ones. Our aim is to show some important results of financial mathematics on this area (e.g. no-arbitrage conditions, asset pricing) and also to study specific statistical and financial questions in the models at issue.

Content:
Basic notions, interest rates, yield curves, bond structures, interest rate derivative contracts.
Discrete time interest rate models. The Ho-Lee model, binary models introduced by short rate dynamics. Discrete time forward interest rate models, the Heath-Jarrow-Morton (HJM) framework. No-arbitrage conditions, derivative pricing.
Continuous interest rate models, arbitrage free family of bond prices, classification of models. Change of numeraire, no-arbitrage in continuous time, forward measures, related stochastic calculus.
Some elementary short rate models (Merton, Vasicek, Cox-Ingersoll-Ross, Hull-White), no-arbitrage in short rate models, affine term structures.
HJM type models in continuous time settings, no-arbitrage criteria and drift conditions.
Some special topics: forward rate models driven by random fields, expectation hypotheses, defaultable bonds, pricing problems of certain interest rate derivatives, statistical and fitting questions, calibration and numerical issues.

For the discussion of the fundamental models and theorems we shall mainly use some classical monographs such as [1], [2], [3] and some further handouts. On the other hand, we shall also discuss some particular problems in special models for which some celebrated papers of the literature shall be used.

Literature:
[1] Cairns, A.J.G. (2004), Interest Rate Models, Princeton University Press, Princeton and Oxford.

[2] Brigo, D. and Mercurio, F. (2006), Interest Rate Models - Theory and Practice: With Smile, Inflation and Credit, Springer, Berlin Heidelberg New York.

[3] Musiela, M. and Rutkowski, M. (2005), Martingale Methods in Financial Modelling, Edition 2, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Prerequisites: It is required that you passed a course (or courses) in probability theory, statistics and stochastic processes, and recommended that you passed an introductory course in financial mathematics (fundamental theorems of asset pricing, basic notions and models of option pricing).

Semester: Spring 2021

Language: English

Izbrana poglavja iz teorije iger

Aljaž Ule, Famnit, Univerza na Primorskem

Vsebina:
V predmetu se bomo spoznali z modernim razvojem v modeliranju strateškega odločanja. Prvi del bo namenjen zahtevnejšim vsebinam klasične teorije iger, kot so nepopolna informacija, sekvenčno ravnovesje in ponavljane igre. Drugi del bo namenjen uporabi klasične teorije v ekonomskih analizah pogajanj in oblikovanja tržnih pravil. Tretji del bo namenjen vedenjski teoriji iger ter modeliranju odločanja ljudi.

Potrebno/pričakovano predznanje: Obveznega predznanja ne zahtevamo, saj bomo v prvih predavanjih povzeli osnove nekooperativne teorije iger. Bo pa predznanje teorije iger zelo pripomoglo k razumevanju, saj bomo osnove obdelali na hitro.

Izvedba: Predmet se bo izvedel v 6-7 tednih v marcu in aprilu. Polovica predavanj se bo izvedla na Fakulteti za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije (Famnit) na Univerzi na Primorskem v Kopru. Predavanja iz Kopra bodo preko video zveze v živo prikazana tudi v predavalnici na UL FMF.

Semester: Letni semester.

Jezik: Slovenski.

Teorija izračunljivosti (Computability theory)

Alex Simpson

Vsebina:
This course addresses the fundamental question: what kinds of problem are *computable*, that is, roughly speaking, are amenable to solution by a computer. Our starting point will be diverse mathematical definitions of *computability* given by several people including Alan Turing and Kurt Gödel in the 1930s. A key result is that all definitions are equivalent. This motivates the *Church-Turing thesis*: there one absolute notion of computability. One can thus classify mathematical problems according to their computability properties. For example, the *decidable* problems are those for which an answer can be computed, whereas the *undecidable* problems are those whose answer cannot be attained by computation alone. Turing's notorious *halting problem* is an archetypal problem in the latter class. Many other famous mathematical problems reside in this class as well.

Traditional computability theory addresses computational problems involving *discrete data*, such as natural numbers, strings, graphs, etc. The course will also study the extension of computability to *continuous data*, such as functions, real numbers, sets of real numbers, etc. This allows computability questions to be directed at continuous mathematics, and also, more practically, corresponds to a safe form of computation with continuous data (e.g., real numbers) that avoids rounding errors.

(1) Turing machines.
(2) The universal Turing machine, the halting problem and undecidability.
(3) Other models of discrete computation and the Church-Turing thesis.
(4) Classifying sets and functions according to their computability properties.
(5) Type 2 Turing machines for computation with continuous data.
(6) Computable functions on real numbers and other continuous data types.

The course will be given in English.

Literatura:

- A.M. Turing. On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem. Proceedings of the London Mathematical Society 2 42:230–65, 1937.
- M. Sipser. Introduction to the Theory of Computation. Cengage Learning. 3rd Edition, 2012.
- K. Weihrauch. Computable Analysis: An Introduction. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 2000.

Potrebno/pričakovano predznanje: Opravljen predmet Logika in množice iz 1. letnika ali ekvivalentno znanje.

Izvedba 3/2. Predavanja in vaje. Pisni izpit.

Semester: zimski

Jezik: angleščina

Simbolno računanje

Marko Petkovšek

Vsebina:

- Prepisovalni sistemi: redukcijske relacije, problem napolnitve.
- Operacije s polinomi: rezultante, razstavljanje in razcep polinomov.
- Celoštevilske rešetke: Algoritem LLL.
- Reševanje diferenčnih enačb: polinomske in hipergeometrične rešitve, seštevanje v zaključeni obliki, avtomatsko dokazovanje identitet.
- Operacije s polinomskimi ideali: monomske urejenosti, Gröbnerjeve baze, reševanje sistemov algebraičnih enačb, uporaba v geometriji in robotiki.

Potrebno/pričakovano predznanje: Osnove linearne in komutativne algebre ter programiranja.

Izvedba 3/2: Predavanja in vaje. Pisni izpit iz nalog ter projekt ali ustni izpit iz teorije.

Semester: zimski

Jezik: slovenski ali angleški (odvisno od študentov pri predmetu)

(IPRM) Računska Geometrija

Sergio Cabello

Vsebina:
Predmet krije osnovne algoritme računske geometrije. Računska geometrija se ukvarja z računskimi problemi, kjer imajo vhodni podatki geometrijski pomen. Podrobno bomo obravnavali naslednje probleme:

- Presečišča daljic. Algoritmi pometanja.
- Večkotniki in triangulacije večkotnikov.
- Konveksne množice. Algoritme za iskanje konveksne ovojnice točk v ravnini.
- DCEL. Problem določanja položaja.
- Voronojevi diagrami. Fortuneov algoritem.
- Delaunayeva triangulacija v ravnini. Prirastni algoritem. Interpretacija v 3 dimenzijah.
- Podatkovne strukture za točke.
- Dualnost in razporeditve premic.

Potrebno/pričakovano predznanje: Osnovno znanje o algoritmih in podatkovnih strukturah.

Izvedba 2/1/2:

- Obveznosti študentov: sodelovanje pri seminarju, pisni izpit iz vaj in ustni izpit.
- Oblika seminarja bo odvisno od število študentov: predstavitve novega materiala, predstavitve študentov ali skupno reševanje bolj zahtevnih nalog.
- Ocena bo upoštevala oceno izpita iz vaj ($\sim$40%), sodelovanje pri seminarju ($\sim$20%) in oceno ustnega izpita ($\sim$40%).

Semester: poletni.

Jezik: angleški, če so tuji študenti prisotni. Študenti lahko delajo predstavitve in izpite v slovenskem jeziku.

Napredno strojno učenje

Ljupčo Todorovski

Vsebina:
Predmet obravnava napredne teme iz strojnega učenja in podatkovnega rudarjenja. Cilj je študente seznaniti z sodobnimi trendi razvoja področja strojnega učenja s poudarkom na gradnji točnih in/ali razumljivih modelov iz podatkov. Na začetku semestra bomo za študente, ki niso poslušali izbirnega predmeta *Izbrane teme iz analize podatkov*, na hitro (v prvih nekaj tednih) predstavili osnove strojnega učenja in podatkovnega rudarjenja. V nadaljevanju semestra bomo osnove nadgradili v nekaj smereh:

(1) Meta učenje in avtomatska izbira optimalnih algoritmov ter njih nastavitev za podano podatkovno množico;
(2) Upoštevanje predznanja pri učenju napovednih modelov;
(3) Učenje algebraičnih in diferencialnih enačb iz podatkov in predznanja ter obravnava dinamičnih sistemov;
(4) Inkrementalno učenje in revizija napovednih modelov iz podatkovnih tokov;
(5) Hkratno napovedovanje večjega števila in različnih tipov ciljnih spremenljivk;
(6) Razumevanje in interpretacija zapletenih napovednih modelov (ansamblov, globokih nevronskih mrež, modelov na osnovi podpornih vektorjev);
(7) Reševanje zahtevnih praktičnih problemov podatkovne analize in modeliranja.

Če je bil poudarek pri predmetu *Izbrane teme iz analize podatkov* razumevanje prednosti in slabosti algoritmov strojnega učenja, bo v okviru tega predmeta poudarek na kritičnem razumevanju delovanja algoritmov in identificiranju možnosti za njihov nadaljnji razvoj. Vaje bodo še naprej namenjene praktični analizi izbranih podatkovnih množic z osnovnimi in naprednimi algoritmi strojnega učenja implementiranimi v programskem okolju R.

Potrebno/pričakovano predznanje: Potrebo je osnovno poznavanje programiranja (npr. predmet *Uvod v programiranje*), verjetnosti in statistike, predvsem osnovnih preizkusov statistične značilnosti (npr. predmeta *Statistika* in *Verjetnosti račun*) ter programskega okolja za statistiko R.

Zelo zaželeno je, da so študenti seznanjeni z osnovami strojnega učenja in podatkovnega rudarjenja, ki smo jih obravnavali v okviru predmeta na prvi stopnji *Izbrane teme iz analize podatkov*. V prvih nekaj tednih bomo v okviru predmeta ponovili osnove strojnega učenja in podatkovnega rudarjenja.

Izvedba 3/2: Sprotne domače naloge (do 40% ocene), seminarska naloga ali pisni izpit (do 30% ocene) in ustni izpit (vsaj 30% ocene).

Semester: poletni

Jezik: slovenski ali angleški

Matematični modeli v biologiji

Barbara Boldin

Vsebina: Razumevanje kompleksnih procesov v naravi vse bolj temelji tudi na uporabi matematičnih modelov. Študenti matematike med študijem pridobijo dovolj osnovnega matematičnega znanja za morebitno uporabo v naravoslovju. Namen predmeta je študentom prikazati uporabnost matematike v biologiji in medicini ter študente seznaniti z osnovnimi metodami modeliranja in analize modelov. V teku predmeta študenti spoznajo klasične diskretne in zvezne matematične modele v ekologiji (kot so npr. modeli zajedavstva in simbioze ter modeli tekmovanja), v epidemiologiji (npr. SIS, SIR, SEIR modeli), v fiziologiji (nevrološki modeli in modeli morfogeneze) in v genetiki.

Potrebno/pričakovano predznanje: Za uspešno spremljanje predmeta je potrebno predznanje linearne algebre, splošne analize, teorije (sistemov) diferencialnih enačb ter nekaj osnovne kombinatorike in teorije verjetnosti. Zaželeno je poznavanje teorije dinamičnih sistemov, a to ni pogoj. Določene potrebne rezultate iz teorije dinamičnih sistemov (npr. vprašanje stabilnosti, obstoj limitnih ciklov itd.) bomo omenili v teku predavanj, žal pa ne bo dovolj časa za podrobnejše teoretične izpeljave. V tem smislu je to tipični predmet iz uporabne matematike (mnogo primerov uporabe, malo dokazov). Zelo koristna je spretnost pri delu z računalnikom (numerično in simbolno računanje s programi Mathematica, MatLab itd.).

Izvedba: Predavanja, vaje, seminar. Na predavanjih se bomo osredotočili na formulacijo modelov, metode analize ter spoznali glavne značilnosti obravnavanih modelov. Namen vaj je natančno obravnavati konkretne krajše zglede.

Izpit je sestavljen iz pisnega izpita, izdelave in predstavitve domače naloge ter krajšega ustnega izpita. Pisni izpit študent(ka) opravi bodisi v obliki dveh kolokvijev bodisi na enem od izpitnih rokov. Domača naloga bo zasnovana individualno in projektno, zahtevala bo formulacijo in analizo matematičnega modela za specifičen biološki problem ter tudi interpretacijo rezultatov. Študent(ka) domačo nalogo predstavi v okviru seminarja. Izdelana in predstavljena domača naloga ter opravljen pisni izpit sta pogoja za ustni izpit (kratek zaključni pogovor in vpis ocene).

Semester: zimski

Jezik: slovenski

Moderna fizika

Sašo Grozdanov

Vsebina:

Elektromagnetno polje:

- Kaj je polje?
- Električno in magnetno polje
- Integralska in diferencialna oblika Maxwellovih enačb
- Elektromagnetno valovanje

Posebna teorija relativnosti:

- Lorentzove transformacije prostora-časa
- Lorentzove transformacije električnega in magnetnega polja
- Posebna teorija relativnosti v kovariantni obliki in metrika Minkowskega
- Maxwellove enačbe v kovariantni obliki
- Kaj je splošna teorija relativnosti?

Kvantna fizika:

- Valovne lastnosti delcev
- Postulati kvantne fizike
- Heisenbergovo načelo nedoločenosti
- Schroedingerjeva enačba in probabilistična interpretacija
- Harmonični oscilator
- Vodikov atom
- Spin
- (Relativistična) Diracova enačba in napoved obstoja antimaterije
- Razpad delcev in razlogi za kvantno teorijo polja
- Osnove kvantne teorije polja: elektromagnetna, šibka jedrska in močna jedrska sila
- Standardni model osnovnih delcev
- Kratka zgodovina vesolja z vidika teorije delcev

Potrebno/pričakovano predznanje: Od študentov pričakujemo predznanje fizike v obsegu ustreznega predmeta na 1. stopnji študija matematike.

Izvedba 3/2. Predmet obsega predavanja (3 ure tedensko) in računske vaje (2 uri tedensko). Pri računskih vajah obdelamo izbrane primere, ki ponazorijo snov s predavanj. Snov, obdelana med predavanji in na računskih vajah, je predmet pisnega izpita; tega lahko opravimo sproti v obliki dveh kolokvijev. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

Semester: zimski

Jezik: slovenski, angleški